

Автономная некоммерческая организация высшего образования  
«СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ОТКРЫТЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«Утверждаю»



Проректор по УМР

О.М. Вальц

«07» сентября 2017 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

Направление подготовки: **27.03.03 Системный анализ и управление**

Профиль подготовки: **Теория и математические методы системного анализа**

Квалификация (степень): **бакалавр**

Форма обучения: **заочная**

Санкт-Петербург, 2017

Рабочая программа учебной дисциплины «Теория случайных процессов» разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 27.03.03 «Системный анализ и управление».

Основным документом для разработки рабочей программы является рабочий учебный план направления 27.03.03 «Системный анализ и управление» и профиля подготовки «Теория и математические методы системного анализа».

Учебные и методические материалы по учебной дисциплине размещены в электронной информационно-образовательной среде университета.

**Разработчик:** И.О. Рахманова, кандидат технических наук, доцент.

**Рецензент:** Золотов Олег Иванович, кандидат технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ)

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры информационных технологий и безопасности от «06» сентября 2017 года, протокол №1.

## Содержание

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....	4
2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	5
3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ .....	6
4. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....	6
5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	9
5.1. Темы контрольной работы .....	9
5.2. Темы курсовых работ.....	9
5.3. Перечень методических рекомендаций .....	9
6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	10
7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	11
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	11
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....	12
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	13
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ..	13
12. БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ .....	14
Приложение .....	15

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Основные цели освоения дисциплины:

– развитие вероятностного мышления, усвоение терминологии и понятий теории случайных функций;

– освоение основ теории случайных процессов, статистического описания процессов и систем, линейных преобразований случайных функций, их канонических представлений, широко используемых на практике моделей случайных явлений.

1.2. Основная задача освоения дисциплины – приобретение практических навыков построения математических моделей реальных случайных процессов, умение пользоваться современными пакетами анализа и обработки статистической информации.

1.3. Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

## *Общепрофессиональные (ОПК)*

<i>Код компетенции</i>	<i>Наименование и(или) описание компетенции</i>
<b>ОПК-1</b>	готовностью применять методы математики, физики, химии, системного анализа, теории управления, теории знаний, теории и технологии программирования, а также методов гуманитарных, экономических и социальных наук
<b>ОПК-2</b>	способностью применять аналитические, вычислительные и системно-аналитические методы для решения прикладных задач в области управления объектами техники, технологии, организационных систем, работать с традиционными носителями информации, базами знаний
<b>ОПК-3</b>	способностью представлять современную научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики

## *Профессиональные (ПК)*

<i>Код компетенции</i>	<i>Наименование и(или) описание компетенции</i>
<b>ПК-1</b>	способностью принимать научно-обоснованные решения на основе математики, физики, химии, информатики, экологии, методов системного анализа и теории управления, теории знаний, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности
<b>ПК-5</b>	способностью разрабатывать методы моделирования, анализа и технологии синтеза процессов и систем в области техники, технологии и организационных систем

1.4. В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов;

методы исследования свойств стохастических моделей;

свойства марковских процессов;

методы описания систем массового обслуживания;

**уметь:**

формулировать математическую постановку задачи;

устанавливать свойства решений стохастических систем;

адекватно строить математические модели;

**владеть:**

методами теории вероятности;

теории интегрирования;

методами построения решений уравнения Колмогорова описывающие различные случайные процессы.

## **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин:

«Математика», «Математическая статистика», «История и основы системного анализа и управления» и «Теория и технология программирования

Знания, умения и навыки, полученные при изучении настоящего предмета, используются в дисциплинах: «Теория и методы прогнозирования», «Системное моделирование», «Основы стратегического управления» и при выполнении выпускной квалификационной работы бакалавра.

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ

№ п/п	Наименование модулей и номера тем учебной дисциплины	Трудоёмкость по учебному плану (час/з.е.)	Виды занятий					
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Контрольная работа	Зачёт (экзамен)
1	Раздел 1. Основание теории случайных процессов (теорема Колмогорова)	18	0,5	1		16,5		
2	Раздел 2. Случайные последовательности: марковские последовательности, марковские цепи, мартингалы.	36	0,5	2		33,5		
3	Раздел 3. Элементы общей теории случайных процессов. Непрерывность случайных процессов. Классификация случайных процессов. Марковские моменты. Полумартингалы.	24	0,5	2		21,5		
4	Раздел 4. Марковские процессы в широком смысле. Классификация. Марковские полугруппы. Уравнения Колмогорова. Процессы с независимыми приращениями.	24	1	2		21		
5	Раздел 5. Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.	24	0,5	1		22,5		
6	Раздел 6. Стохастические уравнения и их свойства.	18	1	2		15		
	<b>Всего</b>	<b>144/4</b>	<b>4</b>	<b>10</b>		<b>130</b>	<b>1</b>	<b>экз.</b>

### 4. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Раздел 1. Основание теории случайных процессов (теорема Колмогорова).

Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах (Теорема Колмогорова). Случайные элементы Интеграл Лебега (математическое ожидание) и его свойства. Виды сходимостей случайных элементов. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега. Условные

математические ожидания относительно  $\sigma$ -алгебры. Их свойства и структура. Регулярные условные вероятности. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса.

## **Раздел 2. Случайные последовательности.**

Стохастический базис. Марковские последовательности. Переходные вероятности.

Теорема Чепмена-Колмогорова. Теоремы существования случайных последовательностей (Колмогоров, Ионеско-Гулча). Процесс определенный рекуррентно (существование, единственность, марковское свойство, примеры).

Полумартингалы (мартингалы, субмартингалы, супермартингалы). Примеры полумартингалов. Теорема Дуба (о существовании конечного предела у полумартингала). Марковские моменты, остановленные последовательности. Локальные мартингалы. Теорема Дуба-Мейера. Квадратично-интегрируемые мартингалы. Характеристики. Локальная абсолютная непрерывность вероятностных мер. Марковские цепи: классификация состояний. Классификация марковских цепей по асимптотическим свойствам. Эргодические марковские цепи.

## **Раздел 3. Элементы общей теории случайных процессов (12 часов).**

Основные определения: поток  $\sigma$ -алгебр (фильтрация), стохастический базис, случайный процесс, согласованный случайный процесс, модификация.

Непрерывность случайного процесса: справа, слева, стохастическая непрерывность. Построение пуассоновского случайного процесса. Полумартингалы (с непрерывным временем: определение, свойства). Теорема Дуба-Мейера. Регулярные полумартингалы. Неравенство Колмогорова. Марковские моменты: определение, свойства. Стохастические интервалы, график марковского момента, локализующиеся последовательности марковских моментов. Остановленные случайные процессы. Локальные полумартингалы. Классификация марковских моментов: предсказуемые, опциональные, достижимые. Классификация потоков  $\sigma$ -алгебр: предсказуемые, опциональные фильтрации. Опциональный и предсказуемый случайные процессы. Процесс ограниченной вариации, возрастающий процесс.

## **Раздел 4. Марковские процессы (в широком смысле) (12 часов).**

Определение переходной вероятности марковского процесса. Соотношение Чепмена-Колмогорова. Закон входа. Операторы, порождаемые переходными вероятностями марковских процессов. Марковские полугруппы. Классификация марковских процессов по свойствам траекторий. Марковские процессы с конечным или счетным числом состояний. Вывод и разрешимость уравнения Колмогорова (прямого и обратного), соответствующего марковским процессам с конечным или

счетным числом состояний.

Регулярные скачкообразные марковские процессы. Вывод и разрешимость уравнения Колмогорова (прямого и обратного) соответствующего скачкообразному марковскому процессу.

Процессы с независимыми приращениями: определение, описание, свойства. Теорема Леви-Хинчина.

Диффузионные процессы: определение. Уравнения (прямое и обратное) Колмогорова для диффузионных процессов (вывод).

## **Раздел 5. Теория массового обслуживания (12 часов).**

Точечные процессы (основания).

Определения: стохастического базиса, случайного процесса, согласованного случайного процесса. Непрерывность справа, слева случайных процессов. Пуассоновский случайный процесс. Теорема Дуба-Мейера. Считающий (точечный) процесс (определение) и его свойства.

Компенсатор точечного процесса и его свойства. Интеграл Римана-Стилтьеса. Стохастический интеграл для считающих процессов. Формула Ито для считающих процессов. Квадратическая вариация. Локальные мартингалы. Интегрирование по мартингалам, имеющим ограниченную вариацию. Теорема Кэмбелла. Мультивариантные точечные процессы. Марковские  $m$ -вариантные точечные процессы, уравнения Колмогорова. Разрешимость системы уравнений Колмогорова, соответствующая марковским процессам с конечным или счетным числом состояний. Интенсивность  $m$ -вариантного точечного процесса и ее вероятностное представление. Случайные меры: определение, классификация, свойство. Мера Долиана. Случайные меры и мультивариантные точечные процессы. Абсолютная непрерывность вероятностных мер, соответствующих мультивариантным точечным случайным процессам.

Теория восстановления.

Процесс восстановления, функция восстановления. Уравнение восстановления. Разрешимость уравнения восстановления. Предельные теоремы теории восстановления: элементарная, узловая, Блэкуэла.

Теория очередей.

Описание простейшей системы массового обслуживания: входной точечный процесс (поток), процесс обслуживания, внутреннее состояние, очередь.

Вывод и разрешимость стохастического уравнения для процесса обслуживания. Выходной поток. Вывод уравнения описывающего эволюцию во времени распределения вероятности длины очереди. Процесс гибели-размножения. Системы массового обслуживания с обратной связью: описание, стохастическое уравнение.

Стационарное распределение длины очереди. Теорема Буркэ.



## **Раздел 6. Стохастические интегралы Ито. Стохастические уравнения.**

Винеровский процесс и его свойства. Стохастический интеграл Ито по винеровскому процессу и его свойства. Процесс Ито. Формула Ито и ее применение. Стохастические уравнения: существование и единственность сильных решений. Оценки моментов решений стохастических уравнений. Непрерывность траекторий решений стохастических уравнений. Диффузионные процессы и стохастические уравнения. Уравнения Колмогорова, соответствующие стохастическим уравнениям.

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Темы контрольной работы**

#### **Вариант 1.**

Задача 1. Докажите, что функция распределения на прямой имеет не более чем счетное число точек разрыва.

Задача 2. Приведите пример дискретной функции распределения, носитель которой совпадает со всей числовой прямой.

#### **Вариант 2.**

Задача 1. Задана случайная величина. Опишите  $\sigma$ -алгебру, порожденную этой случайной величиной.

Задача 2. Почему функция Дирихле, определенная на  $[0,1]$ , интегрируема по Лебегу и не интегрируема по Риману.

### **5.2. Темы курсовых работ**

Курсовая работа не предусмотрена учебным планом.

### **5.3. Перечень методических рекомендаций**

№ п/п	Наименование
1	Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

### **5.4. Перечень вопросов для подготовки к экзамену**

1. Марковские процессы. Переходные вероятности. Закон входа. Соотношение Чепмена-Колмогорова. Операторы, порождаемые переходными вероятностями.

2. МПШ с конечным или счетным числом состояний. Прямое и обратное уравнение Колмогорова.

3. Скачкообразные марковские процессы (классификация, примеры). Уравнение Колмогорова.
4. Процессы с независимыми приращениями. Однородные ПНП. Теорема Леви-Хинчина. Устойчивые ПНП.
5. Диффузионные процессы. Прямое и обратное уравнения Колмогорова. Примеры.
6. Пуассоновский процесс. Возрастающий процесс. Классификация марковских моментов. Процесс ограниченной вариации.
7. Точечные случайные процессы. Компенсаторы точечных случайных процессов. Теорема Кэмбэлла.
8. Характеристическая функция пуассоновского процесса. Мультивариантные точечные процессы. Матрица интенсивности перехода.
9. Уравнение Колмогорова для марковских процессов с конечным или счетным числом состояний. Процессы гибели и размножения
10. Простой процесс восстановления. Уравнение восстановления с запаздыванием. Предельные теоремы теории восстановления.
11. Описание систем массового обслуживания. Стохастические уравнения, описывающие системы массового обслуживания. Системы массового обслуживания и процессы гибели и размножения.
12. Описание системы массового обслуживания с обратной связью. Уравнения Колмогорова, описывающие систему массового обслуживания с обратной связью.
13. Стационарное решение уравнений Колмогорова для систем массового обслуживания с обратной связью и без нее. Теорема Буркэ.
14. Сети Джексона. Сети Петри. Теорема Буркэ для сетей.
15. Винеровский процесс и его свойства.
16. Стохастический интеграл Ито и его свойства. Процесс Ито.
17. Формула Ито и ее применение. Стохастические уравнения
18. Стохастические уравнения Ито и диффузионные процессы. Примеры.

## **6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине по решению кафедры оформлен отдельным приложением к рабочей программе.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

- 1 Родин Б. П. Случайные процессы в линейных системах [Электронный учебник] : Учебное пособие по курсу теория автоматического управления / Родин Б. П., 2013, Вузовское образование. - 19 с.  
Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/18388>
- 2 Семаков С. Л. Элементы теории вероятностей и случайных процессов [Электронный учебник] : Учебное пособие / Семаков С. Л., 2011, Физматлит. - 232 с.  
Режим доступа: <http://iprbookshop.ru/12919>
- 3 Соколов Г. А. Теория случайных процессов для экономистов [Электронный учебник] : Учебное пособие / Соколов Г. А., 2010, Физматлит. - 208 с. Режим доступа: <http://iprbookshop.ru/12930>
- 4 Тихонов В. И. Случайные процессы [Электронный учебник] : Примеры и задачи Оценка сигналов, их параметров и спектров Основы теории информации Учебное пособие / Тихонов В. И., 2012, Горячая линия - Телеком. - 400 с.  
Режим доступа: <http://iprbookshop.ru/12044>

### **Дополнительная литература**

- 1 Букин Д. Н. Теория систем и системный анализ [Электронный учебник] : Учебное пособие / Букин Д. Н., 2013, Волгоградский институт бизнеса, Вузовское образование. - 73 с. Режим доступа: <http://iprbookshop.ru/11351>
- 2 Данелян Т. Я. Теория систем и системный анализ [Электронный учебник] : Учебное пособие / Данелян Т. Я., 2011, Евразийский открытый институт. - 303 с.  
Режим доступа: <http://iprbookshop.ru/10867>

### **Программное обеспечение**

1. ППП MS Office 2010
2. Текстовый редактор Блокнот
3. Браузеры IE, Google Chrome, Opera и др.

## **8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Электронная информационно-образовательная среда АНО ВО "СЗТУ" (ЭИОС СЗТУ) [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://edu.nwotu.ru/>

2. Электронная библиотека АНО ВО "СЗТУ" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://lib.nwotu.ru:8087/jirbis2/>
3. Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>
4. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://window.edu.ru/>
5. Информационная системы доступа к электронным каталогам библиотек сферы образования и науки (ИС ЭКБСОН)[Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.vlibrary.ru/>

## **9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, контрольную работу, самостоятельную работу студента, консультации.

9.1. При изучении разделов 1-6 студентам необходимо повторить лекционный учебный материал, изучить рекомендованную литературу, а также учебный материал, находящийся в указанных информационных ресурсах.

На завершающем этапе изучения каждого раздела необходимо, воспользовавшись предложенными вопросами для самоконтроля, размещенными в электронной информационной образовательной среде (ЭИОС), проверить качество усвоения учебного материала

В случае затруднения в ответах на поставленные вопросы рекомендуется повторить учебный материал.

9.2. После изучения каждого раздела дисциплины необходимо ответить на вопросы контрольного теста по данному разделу с целью оценивания знаний и получения баллов.

9.3. По завершению изучения учебной дисциплины в семестре студент обязан пройти промежуточную аттестацию. Вид промежуточной аттестации определяется рабочим учебным планом. Форма проведения промежуточной аттестации – компьютерное тестирование с использованием автоматизированной системы тестирования знаний студентов в ЭИОС.

9.4. К промежуточной аттестации допускаются студенты, выполнившие требования рабочего учебного плана.

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

1. Internet – технологии:

WWW (англ. World Wide Web – Всемирная Паутина) – технология работы в сети с гипертекстами;

FTP (англ. File Transfer Protocol – протокол передачи файлов) – технология передачи по сети файлов произвольного формата;

IRC (англ. Internet Relay Chat – поочередный разговор в сети, чат) – технология ведения переговоров в реальном масштабе времени, дающая возможность разговаривать с другими людьми по сети в режиме прямого диалога;

ICQ (англ. I seek you – я ищу тебя, можно записать тремя указанными буквами) – технология ведения переговоров один на один в синхронном режиме.

2. Дистанционное обучение с использованием ЭИОС на платформе Moodle.

3. Технология мультимедиа в режиме диалога.

4. Технология неконтактного информационного взаимодействия (виртуальные кабинеты, лаборатории).

5. Гипертекстовая технология (электронные учебники, справочники, словари, энциклопедии) и т.д.

## **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Библиотека.

2. Справочно-правовая система Консультант Плюс.

3. Электронная информационно-образовательная среда университета.

4. Локальная сеть с выходом в Интернет.

## 12. БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ

Формирование оценки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины осуществляется с использованием балльно-рейтинговой оценки работы студента.

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	баллы
Участие в online занятиях, прослушивание видео лекций	0 – 5
Контрольный тест к разделам 1 – 2	0 – 15
Контрольный тест к разделам 3 – 4	0 – 10
Контрольный тест к разделам 5 – 6	0 – 10
Контрольная работа	0 – 30
Итого за учебную работу	0 – 70
Итоговый контрольный тест	0 – 30
<b>Всего</b>	<b>0 – 100</b>

<b>БОНУСЫ</b> (баллы, которые могут быть добавлены до 100)	<b>Баллы</b>
- за активность	0 -10
- за участие в олимпиаде	0 - 50
- за участие в НИРС	0 - 50
- за оформление заявок на полезные методы (рацпредложения)	0 - 50

### Балльная шкала оценки

Оценка (экзамен)	Баллы
отлично	86 – 100
хорошо	69 – 85
удовлетворительно	51 – 68
неудовлетворительно	менее 51

### Оценка по контрольной работе

Оценка	Количество баллов
отлично	27 - 30
хорошо	23 - 26
удовлетворительно	18 - 22
неудовлетворительно	менее 18

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 1. Перечень формируемых компетенций

#### *Общепрофессиональные (ОПК)*

Код компетенции	Наименование и (или) описание компетенции
<b>ОПК-1</b>	готовностью применять методы математики, физики, химии, системного анализа, теории управления, теории знаний, теории и технологии программирования, а также методов гуманитарных, экономических и социальных наук
<b>ОПК-2</b>	способностью применять аналитические, вычислительные и системно-аналитические методы для решения прикладных задач в области управления объектами техники, технологии, организационных систем, работать с традиционными носителями информации, базами знаний
<b>ОПК-3</b>	способностью представлять современную научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики

#### *Профессиональные (ПК)*

Код компетенции	Наименование и(или) описание компетенции
<b>ПК-1</b>	способностью принимать научно-обоснованные решения на основе математики, физики, химии, информатики, экологии, методов системного анализа и теории управления, теории знаний, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности
<b>ПК-5</b>	способностью разрабатывать методы моделирования, анализа и технологии синтеза процессов и систем в области техники, технологии и организационных систем

### 2. Паспорт фонда оценочных средств

№ п/п	Контролируемые модули (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
<b>1</b>	Раздел 1. Основание теории случайных процессов (теорема Колмогорова)	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	
<b>2</b>	Раздел 2. Случайные последовательности: марковские последовательности,	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	Контрольный тест 1-2

	марковские цепи, мартингалы.		
<b>3</b>	Раздел 3. Элементы общей теории случайных процессов. Непрерывность случайных процессов. Классификация случайных процессов. Марковские моменты. Полумартингалы.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	
<b>4</b>	Раздел 4. Марковские процессы в широком смысле. Классификация. Марковские полугруппы. Уравнения Колмогорова. Процессы с независимыми приращениями.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	Контрольный тест 3-4
<b>5</b>	Раздел 5. Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	
<b>6</b>	Раздел 6. Стохастические уравнения и их свойства.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	Контрольный тест 5-6
<b>7</b>	Разделы 1-6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5	Итоговый контрольный тест Контрольная работа



### 3. Показатели и критерии оценивания компетенций по этапам формирования, описание шкал оценивания

Этапы освоения компетенции	Показатели достижения заданного уровня освоения компетенций	Критерии оценивания результатов обучения				
		1	2	3	4	5
Первый этап	<b>Знать</b> (ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5) методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов; методы исследования свойств стохастических моделей; свойства марковских процессов; методы описания систем массового обслуживания;	Не знает	Знает общие методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов;	Знает методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов. Не знает методы исследования свойств стохастических моделей; свойства марковских процессов;	Знает методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов; методы исследования свойств стохастических моделей;	Знает методы построения вероятностных моделей описывающих стохастическую динамику процессов; методы исследования свойств стохастических моделей; свойства марковских процессов; методы описания систем массового обслуживания;
Второй этап	<b>Уметь</b> (ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5) формулировать математическую постановку задачи; устанавливать свойства решений стохастических систем; адекватно строить математические модели;–	Не умеет	Ошибается в формулировке математической постановки задачи;	Умеет формулировать математическую постановку задачи;	Умеет формулировать математическую постановку задачи; устанавливать свойства решений стохастических систем;	Умеет формулировать математическую постановку задачи; устанавливать свойства решений стохастических систем; адекватно строить математические модели;
Третий этап	<b>Владеть</b> (ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-5) методами теории вероятности; теории интегрирования; методами построения решений уравнения Колмогорова описывающие различные случайные процессы.	Не владеет	Владеет, но не использует на практике методы теории вероятности	Владеет методами теории вероятности;	Хорошо владеет методами теории вероятности; теории интегрирования;.	Владеет методами теории вероятности; теории интегрирования; методами построения решений уравнения Колмогорова описывающие различные случайные процессы.

#### 4. Шкалы оценивания (балльно-рейтинговая система)

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	баллы
Участие в online занятиях, прослушивание видео лекций	0 – 5
Контрольный тест к разделам 1 – 2	0 – 15
Контрольный тест к разделам 3 – 4	0 – 10
Контрольный тест к разделам 5 – 6	0 – 10
Контрольная работа	0 – 30
Итого за учебную работу	0 – 70
Итоговый контрольный тест	0 – 30
<b>Всего</b>	<b>0 – 100</b>

#### Балльная шкала оценки

Оценка (экзамен)	Баллы
отлично	86 – 100
хорошо	69 – 85
удовлетворительно	51 – 68
неудовлетворительно	менее 51

#### 5. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций при изучении учебной дисциплины в процессе освоения образовательной программы

##### 5.1.Типовой вариант задания на контрольную работу

Задача 1. Докажите, что функция распределения на прямой имеет не более чем счетное число точек разрыва.

Задача 2. Приведите пример дискретной функции распределения, носитель которой совпадает со всей числовой прямой.

##### 5.2.Типовой тест промежуточной аттестации

1. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований:

- а) один из игроков имеет бесконечное число стратегий.
- б) оба игрока имеют бесконечно много стратегий.
- в) оба игрока имеют одно и то же число стратегий.
- г) оба игрока имеют конечное число стратегий.

2. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы положительны. Цена игры положительна:

- а) да.
- б) нет.
- в) нет однозначного ответа.

3. Цена игры всегда меньше верхней цены игры, если обе цены существуют:

- а) да.

- б) нет.
- в) вопрос некорректен.

4. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры меньше любой другой стратегии.

- а) да.
- б) нет.
- в) вопрос некорректен.
- г) нет однозначного ответа.

5. Если в матрице все столбцы одинаковы и имеют вид  $(4\ 5\ 0\ 1)$ , то какая стратегия оптимальна для 2-го игрока?

- а) первая.
- б) вторая.
- в) любая из четырех.

6. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности  $2 \times 3$  (матрица может содержать любые числа)

- а) 2.
- б) 3.
- в) 6.

7. Максимум по  $x$  минимума по  $y$  и минимум по  $y$  максимума по  $x$  функции выигрыша первого игрока:

- а) всегда разные числа, первое больше второго.
- б) не всегда разные числа; первое не больше второго.
- в) связаны каким-то иным образом.

8. Пусть в антагонистической игре  $X=(1;2)$ - множество стратегий 1-го игрока,  $Y=(5;8)$ - множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара  $(1;5)$  седловой точкой в этой игре:

- а) всегда.
- б) иногда.
- в) никогда.

9. В матричной игре размерности  $2 \times 2$  есть 4 седловых точки?

- а) Всегда.
- б) иногда.
- в) никогда.

10. Пусть в матричной игре одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид  $(0.3, 0.7)$ , а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид  $(0.4, 0, 0.6)$ . Какова размерность этой матрицы?

- а)  $2 \times 3$ .
- б)  $3 \times 2$ .
- в) другая размерность.

11. Если известно, что функция выигрыша 1-го игрока равна числу 1 в седловой точке, то значения этой функции могут принимать значения:

- а) любые.
- б) только положительные.
- в) только не более числа 1.

12. Принцип доминирования позволяет удалять из матрицы за один шаг:

- а) целиком строки.
- б) отдельные числа.
- в) подматрицы меньших размеров.

13. В графическом методе решения игр  $2 \times m$  непосредственно из графика находят:

- а) оптимальные стратегии обоих игроков.
- б) цену игры и оптимальную стратегию 2-го игрока.
- в) цену игры и оптимальную стратегию 1-го игрока.

14. График нижней огибающей для графического метода решения игр  $2 \times m$  представляет собой в общем случае:

- а) ломаную.
- б) прямую.
- в) параболу.

15. Чем можно задать матричную игру:

- а) одной матрицей.
- б) двумя матрицами.
- в) ценой игры.

16. В матричной игре произвольной размерности смешанная стратегия любого игрока – это:

- а) число.
- б) множество.
- в) вектор, или упорядоченное множество.
- г) функция.

17. В матричной игре  $2 \times 2$  две компоненты смешанной стратегии игрока:

- а) определяют значения друг друга.
- б) независимы.

18. Биматричная игра может быть определена:

- а) двумя матрицами только с положительными элементами.
- б) двумя произвольными матрицами.
- в) одной матрицей.

19. В матричной игре элемент  $a_{ij}$  представляет собой:

- а) выигрыш 1-го игрока при использовании им  $i$ -й стратегии, а 2-м –  $j$ -й стратегии.
- б) оптимальную стратегию 1-го игрока при использовании противником  $i$ -й или  $j$ -й стратегии.
- в) проигрыш 1-го игрока при использовании им  $j$ -й стратегии, а 2-м –  $i$ -й стратегии.

20. Элемент матрицы  $a_{ij}$  соответствует седловой точке. Возможны следующие ситуации:

- а) этот элемент строго меньше всех в строке.
- б) этот элемент второй по порядку в строке.
- в) в строке есть элементы и больше, и меньше, чем этот элемент.

21. В биматричной игре размерности  $3 \times 3$  ситуаций равновесия бывает:

- а) не более 3.
- б) не менее 6.
- в) не более 9.

22. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований:

- а) один из игроков выигрывает.
- б) игроки имеют разное число стратегий.
- в) можно перечислить стратегии каждого игрока.

23. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы отрицательны. Цена игры положительна:

- а) да.
- б) нет.
- в) нет однозначного ответа.

24. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры не содержит нулей:

- а) да.
- б) нет.
- в) вопрос некорректен.
- г) не всегда.

25. Цена игры - это:

- а) число.
- б) вектор.
- в) матрица.

26. Если в матрице все столбцы одинаковы и имеют вид  $(4 \ 5 \ 0 \ 1)$ , то какая стратегия оптимальна для 1-го игрока:

- а) первая чистая.
- б) вторая чистая.
- в) какая-либо смешанная.

27. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности  $5 \times 5$  (матрица может содержать любые числа) :

- а) 5.
- б) 10.
- в) 25.

28. Пусть в антагонистической игре  $X=(1;2)$ - множество стратегий 1-го игрока,  $Y=(2;8)$ - множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара  $(2;2)$  седловой точкой в этой игре :

- а) всегда.
- б) иногда.
- в) никогда.

29. Бывает ли в биматричной игре (размерности  $3 \times 3$ ) 4 ситуации равновесия?

- а) Всегда.
- б) иногда.
- в) никогда.

30. Пусть в матричной игре размерности  $2 \times 3$  одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид  $(0.3, 0.7)$ , а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид  $(0.3, x, 0.5)$ . Чему равно число  $x$ ?

- а) 0.4.
- б) 0.2.
- в) другому числу.

**6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

6.1. Итоговый контрольный тест доступен студенту только во время тестирования, согласно расписания занятий или в установленное деканатом время.

6.2. Студент информируется о результатах текущей успеваемости.

6.3. Студент получает информацию о текущей успеваемости, начислении бонусных баллов и допуске к процедуре итогового тестирования от преподавателя или в ЭИОС.

6.4. Производится идентификация личности студента.

6.5. Студентам, допущенным к промежуточной аттестации, открывается итоговый контрольный тест.

6.6. Тест закрывается студентом лично по завершении тестирования или автоматически по истечении времени тестирования.